

Devoir de mathématiques n° 10 - 1èreS

20 avril 2010 - 2H

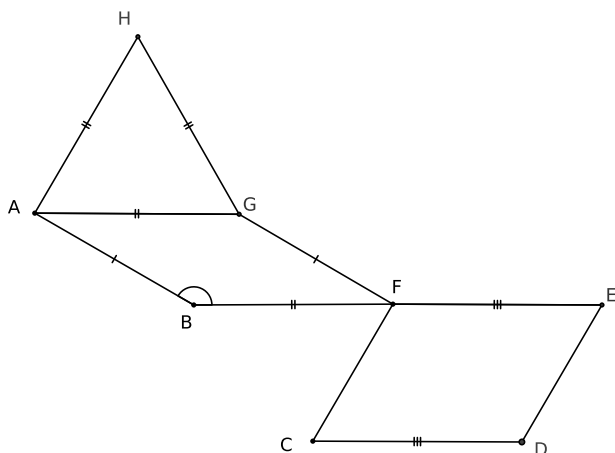
Exercice 1

(4,5 points)

Soit AGH un triangle équilatéral de sens direct. On construit :

- le parallélogramme $ABFG$ de sens direct tel que $(\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{BA}) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$,
- un point C tel que $(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$,
- un parallélogramme de sens direct $FCDE$.

Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (AH) et (DE) sont parallèles.



1. Déterminer $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AG})$.
2. Démontrer que $(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
3. Démontrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
4. En utilisant les questions précédentes, calculer $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{DE})$ et conclure.

Exercice 2

(5,5 points)

1. On donne $\sin x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$; calculer $\cos x$, $\sin 2x$ et $\cos 2x$, et en déduire la valeur de x .
2. Montrer l'égalité : $4 \cos^2 x + 2 \sin^2 x = 3 + \cos 2x$
3. Simplifier l'expression $A(x) = \sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x$; en déduire que $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.

Exercice 3

(6 points)

1. Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'inéquation : $2 \sin x + \sqrt{3} > 0$
2. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation : $1 - \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{3} - x) = 0$
3. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation : $\sin(2x - \frac{\pi}{6}) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$

Exercice 4

(4 points)

Dans un repère orthonormal direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point M de coordonnées $(2\sqrt{3}; 2)$.

1. Déterminer les coordonnées polaires de M .
2. Soit le point N tel que $ON = OM$ et $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$); déterminer les coordonnées polaires de N .
3. En utilisant les formules d'addition, calculer $\cos(\frac{11\pi}{12})$ et $\sin(\frac{11\pi}{12})$; en déduire les coordonnées cartésiennes de N .