

Dev n°5 - Suites - 1ère spé maths

3 mars 2026 - 1h30 min

Exercice 1 (9 pts) : Le 1er janvier 2012, on a placé 5000 € à intérêts composés au taux annuel de 4%. (cela signifie que les intérêts ajoutés au capital à chaque nouvelle année représentent 4% du capital de l'année précédente)

Chaque 1er janvier, on place 200 € supplémentaires sur ce compte.

On note $C_0 = 5000$ le capital disponible au 1er janvier de l'année 2012,

et C_n le capital disponible au 1er janvier de l'année 2012 + n .

1. Calculer les valeurs exactes de C_1 et C_2 .
2. Justifier que pour tout entier n , on a $C_{n+1} = 1,04C_n + 200$.
3. Justifier que la suite (C_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
4. Pour tout entier n , on pose $v_n = C_n + 5000$.
 - a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
 - b) En déduire l'expression de v_n puis de C_n en fonction de n .
5. Calculer le capital disponible à la fin de l'année 2020, arrondi à l'euro près.
6. Déterminer le sens de variation de la suite (C_n) .
7. On souhaite déterminer à partir de quelle année, le capital disponible dépassera les 10 000 euros.

Compléter le programme ci-contre afin qu'il réponde à la question.

Recopier les lignes à compléter.

Répondre à la question à l'aide de la calculatrice.

1	n = 0
2	C = 5000
3	while :
4	C =
5	n =
6	return ...

Exercice 2 (1,5 pts) : A l'aide de la calculatrice, donner la limite des suites suivantes :

1. $u_n = -n^2 + 3n + 5$ ($n \in \mathbb{N}$)
2. $v_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)
3. $w_n = 3^n - 5^n$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exercice 3 (7 pts) : Les suites (u_n) , (v_n) et (w_n) sont définies pour tout entier naturel n , par :

$$u_n = 1 - 3n ; \quad v_0 = \frac{4}{9} \text{ et } v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n ; \quad w_n = \frac{n^2}{2^n}$$

1. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4
u_n					
v_n					
w_n					

2. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.
3. Démontrer que la suite (v_n) est croissante.
4. On veut démontrer que la suite (w_n) est décroissante à partir du rang 3.

a) Etudier le signe de $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ sur $[0; +\infty[$.

b) Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $w_{n+1} - w_n = \frac{-n^2 + 2n + 1}{2^{n+1}}$

c) En déduire que si $n \geq 3$ alors $w_{n+1} \leq w_n$ et conclure.

Exercice 4 (2 pts) : On considère la suite (u_n) définie par :

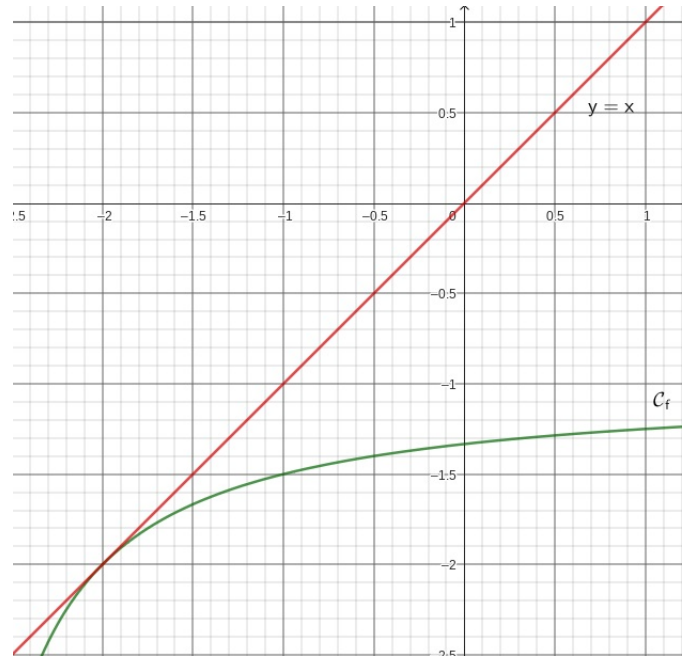
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{-u_n - 4}{u_n + 3} \end{cases} \quad (\text{pour tout entier naturel } n)$$

et la fonction f définie sur $] -3 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-x - 4}{x + 3}$.

Ainsi, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. On donne $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f , et la droite D d'équation $y = x$. Placer sur l'axe des abscisses les termes u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .

Quelles conjectures peut-on formuler sur le sens de variation et le comportement de la suite (u_n) quand n tend vers l'infini ?



2. **Bonus** : Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$
 - a) Calculer v_0 .
 - b) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison 1.
 - c) En déduire que pour tout entier naturel n : $u_n = \frac{1}{n + 0,5} - 2$
 - d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .