

Ex1: sur $\mathbb{R}$

(a) $e^{6x^2} - e^{x+1} = 0$

$\Leftrightarrow e^{6x^2} = e^{x+1}$

$\Leftrightarrow 6x^2 = x+1$

$\Leftrightarrow 6x^2 - x - 1 = 0$

$\Delta = 1 + 24 = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5$

$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{1-5}{12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3} \\ a_2 = \frac{1+5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$

$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right\}$

(1,5) ou 6

(b) $-4 + 4e^{6-x} > 0$

$\Leftrightarrow 4e^{6-x} > 4$

$\Leftrightarrow e^{6-x} > 1$

$\Leftrightarrow 6-x > 0$

$\Leftrightarrow 6 > x$

car $x \mapsto e^x$ strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$S =]-\infty; 6[$

9,5

(c) $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$

on pose $X = e^x$ sur $]0; +\infty[$

alors $X^2 = e^{2x}$

l'équation devient

$X^2 + 2X - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (X-1)(X+3) = 0$

$\Leftrightarrow X = 1 \text{ ou } X = -3$

1 est la seule évidente

$\bullet e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \quad S = \{0\}$

2,5

Ex2: $f(x) = e^{2x}$ et $g(x) = e^{-x}$, sur $\mathbb{R}$

1) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow e^{2x} = e^{-x} \Leftrightarrow 2x = -x \Leftrightarrow 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
 $f(0) = g(0) = 1$

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ se coupent en $A(0;1)$

1 + 9,5

2) $h(x) = f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$

a) $h(x) = e^{2x} - e^{-x} = e^{3x} \times e^{-x} - e^{-x} = e^{-x}(e^{3x} - 1)$

9,5

b) $e^{-x} > 0$ donc $h(x)$ est du signe de $e^{3x} - 1$

$h(x) > 0$

$\Leftrightarrow e^{3x} - 1 > 0$

$\Leftrightarrow e^{3x} > 1$

$\Leftrightarrow e^{3x} > e^0$

$\Leftrightarrow 3x > 0$

$\Leftrightarrow x > 0$

+ 9,5

2,5

Donc

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	$-$	0	$+$

c) sur $]-\infty; 0]$, $h(x) \leq 0$

$\Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$

donc $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de $\mathcal{C}_g$

• sur $[0; +\infty[$, $h(x) > 0$

$\Leftrightarrow f(x) > g(x)$

donc $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$

(14,5) ou 5

Ex 3: $f(x) = (ax + b)e^{-0,2x}$ sur $[0; 25]$

1) a) $A(0; 7) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow f(0) = 7$
 $f'(0)$ est le coefficient directeur de τ tangente à $\mathcal{C}$ en A
 $f'(0) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{14,2 - 7}{2 - 0} = \frac{7,2}{2} = 3,6$ $\left\{ \begin{array}{l} A(0; 7) \\ B(2; 14,2) \end{array} \right.$

b) $f = uv$ $f' = u'v + uv'$
 $f'(x) = a e^{-0,2x} + (ax + b) \times (-0,2 e^{-0,2x})$
 $= (-0,2ax + a - 0,2b) \times e^{-0,2x}$

c) $f(0) = 7 \Leftrightarrow b e^0 = 7 \Leftrightarrow b = 7$
 $f'(0) = 3,6 \Leftrightarrow (a - 0,2b) e^0 = 3,6 \Leftrightarrow a - 1,4 = 3,6 \Leftrightarrow a = 5$
 Donc $f(x) = (5x + 7)e^{-0,2x}$

2) d'après la question b)
 $f'(x) = (-x + 3,6)e^{-0,2x}$ du signe de $(-x + 3,6)$ car $e^{-0,2x} > 0$
 donc

x	0	3,6	25
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	7	$f(3,6)$	$f(25)$

Ex 4: $f(x) = \frac{x+2}{e^x}$ sur $\mathbb{R}$

1) $f = \frac{u}{v}$ $f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ $f'(x) = \frac{1 \times e^x - (x+2)e^x}{e^{2x}} = \frac{-x-1}{e^x}$

2) $e^x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $(-x-1)$
 Donc f est strictement croissante sur $]-\infty; -1]$ puis décroissante sur $[-1; +\infty[$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

3) $\tau: y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$ $f(0) = \frac{2}{1} = 2$ et $f'(0) = -1$
 Donc $y = -x + 2$