

Dev n°7 - Trigonométrie - 1ère spé maths

23 avril 2026 - 45 min

Calculatrice interdite

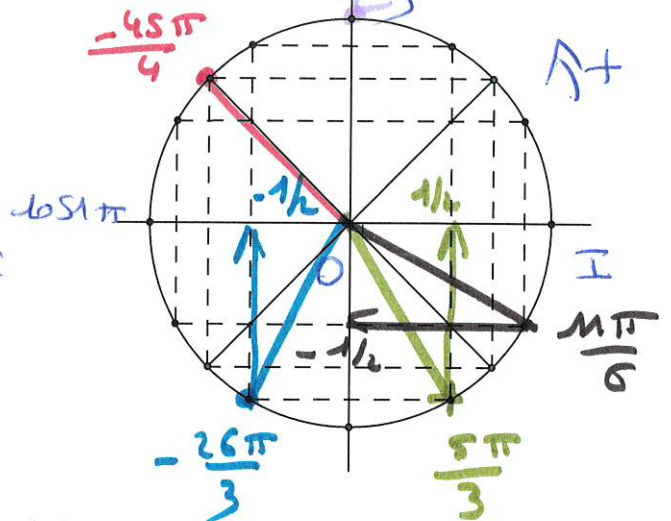
Exercice 1 (3 pts) : Sur le cercle trigonométrique ci-joint, placer soigneusement les points images des nombres suivants ; détailler la démarche si nécessaire et laisser les traits de construction apparents.

$$-\frac{45\pi}{4} = \frac{-48\pi + 3\pi}{4} = -12\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{17\pi}{2} = \frac{16\pi + \pi}{2} = 8\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\left(\frac{5\pi}{3}\right); \left(-\frac{45\pi}{4}\right); \left(\frac{11\pi}{6}\right); \left(\frac{17\pi}{2}\right); \left(-\frac{26\pi}{3}\right); 1051\pi$$

$$-\frac{26\pi}{3} = \frac{-24\pi - 2\pi}{3} = -8\pi - \frac{2\pi}{3}$$



Exercice 2 (4 pts) : Résoudre à l'aide des cercles trigonométriques ci-joints. Laisser les traits de résolution apparents.

1. $\sin x = -\frac{1}{2}$ avec $x \in [0; 2\pi[$

$$S = \left\{ \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$$

2. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $x \in [0; 2\pi[$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$$

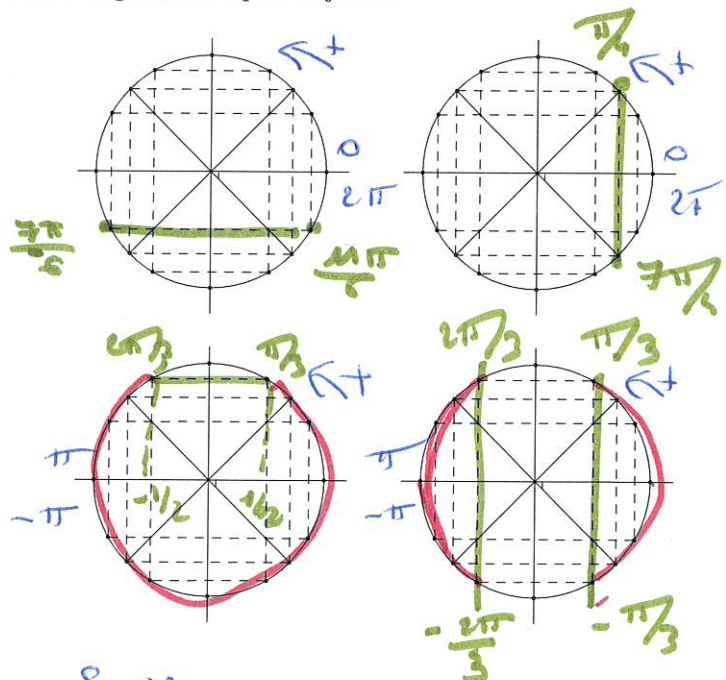
3. $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $x \in]-\pi; \pi]$

$$S = \left[\pi; \frac{2\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}; \pi \right]$$

4. $4\cos^2 x - 1 > 0$ avec $x \in]-\pi; \pi]$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x > \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \cos x > \frac{1}{2} \text{ ou } \cos x < -\frac{1}{2}$$



$$S = \left[-\pi; -\frac{2\pi}{3} \right] \cup \left[-\frac{\pi}{3}; \pi \right]$$

Exercice 3 (2 pts) : Sachant que $\cos\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice 4 (2,5 pts) : Résoudre l'équation suivante sur $] -\pi; \pi]$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

Exercice 5 (Bonus) : Montrer que $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ex 3: $\cos\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$\sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right)?$

12

• $\cos^2\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$

• $\cos^2\left(-\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin^2\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = 1 - \left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right)$
 $\Leftrightarrow \sin^2\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ 1

$-\frac{\pi}{2} < -\frac{3\pi}{8} < 0$

($= -\frac{4\pi}{8}$) donc $\sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right) < 0$ alors $\sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ 1

Ex 4: $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ sur $] -\pi, \pi]$

125

• on pose $X = \sin x$, $x \in [-1; 1]$

L'équation devient $2x^2 - x - 1 = 0$ (*) 1, 25

1 est racine évidente

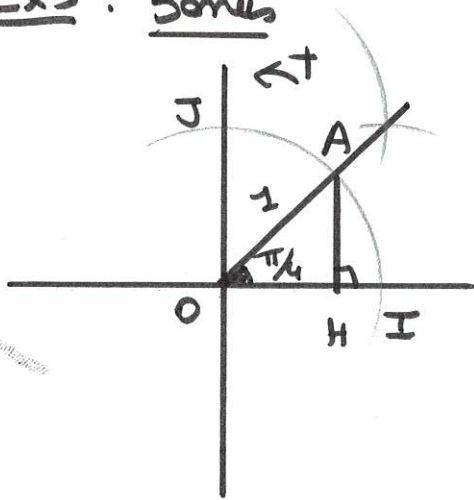
(*) $\Leftrightarrow (x-1)(2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1/2$

• $\sin x = 1$ ou $\sin x = -\frac{1}{2}$

$S = \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right\}$ 9, 15

Ex 5: Bonus



• Soit le triangle OAH rectangle en H

$OA = 1$; $\widehat{AOH} = 45^\circ$

donc $\widehat{OAH} = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$

OAH est aussi isocèle en H

• D'après le théorème de Pythagore

$OA^2 = OH^2 + AH^2$

$\Leftrightarrow 1 = 2OH^2$

$\Leftrightarrow OH^2 = 1/2$

$\Leftrightarrow \underline{OH = \frac{\sqrt{2}}{2} = AH}$

or $\cos(\widehat{HOA}) = \frac{OH}{OA} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(\widehat{HOA}) = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc $\underline{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}}$