

Dev n°8 - Produit scalaire - 1ère spé maths

7 mai 2026 - 30 min

Calculatrice interdite

Exercice 1 (2,5 pts) : ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5$, $AC = 10$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ et $\vec{AC} \cdot \vec{BC}$

Exercice 2 (2,5 pts) : Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que $AB = 6$, $AD = 4$ et $AC = 8$.

Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$. En déduire BD .

Exercice 3 (3 pts) : $ABCD$ est un carré de côté 1. E et F sont les points définis par :

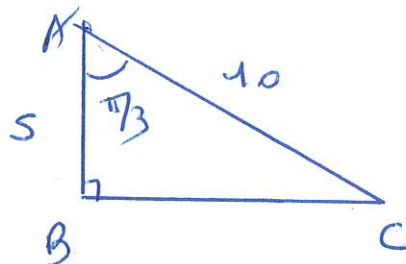
$$\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC} \text{ et } \vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{CD}$$

Que peut-on dire des droites (AE) et (BF) ?

Exercice 4 (2 pts) : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$ et $C(1; 4)$.

Calculer la valeur exacte de $\cos \widehat{BAC}$.

Ex 1:



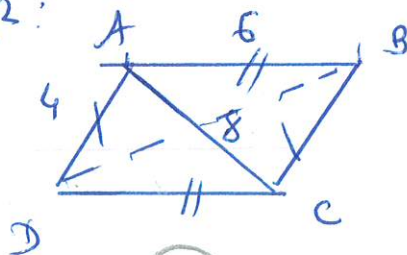
$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) \\ &= 5 \times 10 \times \cos(\pi/3) \\ &= 50 \times 1/2 = 25 \end{aligned}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \text{ car } (AB) \perp (BC)$$

$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = \vec{BC} \cdot \vec{BC} = BC^2$ en projetant orthogonalement A sur (BC)
 D'après le théorème de Pythagore $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $\Leftrightarrow 100 = 25 + BC^2$
 $\Leftrightarrow BC^2 = 75$

Donc $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 75$

Ex 2:

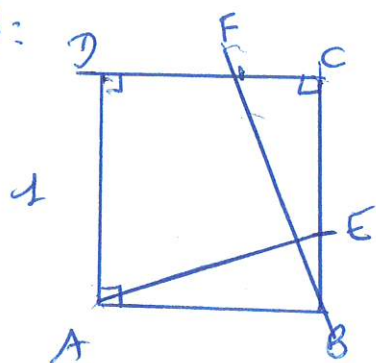


$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{AD} &= \frac{1}{2} (AC^2 - AB^2 - AD^2) \quad (\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}) \\ &= \frac{1}{2} (64 - 36 - 16) \\ &= \frac{1}{2} \times 12 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or } \vec{AB} \cdot \vec{AD} &= \frac{1}{2} (AB^2 + AD^2 - BD^2) \quad (\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}) \\ &= \frac{1}{2} (36 + 16 - BD^2) \\ &= 26 - \frac{1}{2} BD^2 \end{aligned}$$

Donc $6 = 26 - \frac{1}{2} BD^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} BD^2 = 20 \Leftrightarrow BD^2 = 40 \Leftrightarrow BD = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Ex3:



(1/25)

95

$$(\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC})$$

$$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB}$$

Il semble que (AE) $\perp$ (BF)

Dans le repère orthonormé
(A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

95

$$A(0;0)$$

$$E(1; \frac{1}{3})$$

$$B(1;0)$$

$$F(\frac{2}{3};1)$$

$$\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} -1/3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

15

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF} = \frac{-1}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

donc $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BF}$ et (AE) $\perp$ (BF)

Ex4: A(-1;2)

B(3;-1)

C(-1;4)

(1/2)

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

95

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8 - 6 = 2$$

95

$$\begin{cases} AB^2 = 16 + 9 = 25 \Leftrightarrow AB = 5 \\ AC^2 = 4 + 4 = 8 \Leftrightarrow AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

95

donc $2 = 5\sqrt{8} \cos(\widehat{BAC}) \Leftrightarrow \underline{\cos(\widehat{BAC})} = \frac{2}{5\sqrt{8}} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$

95