

Dev n°9 - Applications du Produit scalaire - 1ère spé maths

14 mai 2026 - 30 min

Calculatrice interdite

Exercice 1 (4 pts) : ABC est un triangle avec $AB = 6$, $AC = 10$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

- Déterminer la longueur BC .
- Déterminer l'expression du $\cos \widehat{ABC}$.

Exercice 2 (6 pts) : $[AB]$ est un segment de longueur 8 cm, et I est le milieu de $[AB]$.

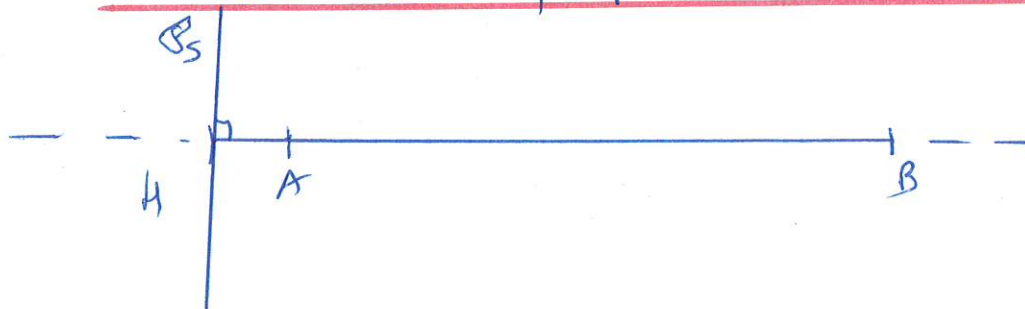
- Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}_1$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
- Montrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - 16$.
- En déduire l'ensemble $\mathcal{F}_2$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 16$.
- En déduire l'ensemble $\mathcal{F}_3$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -16$.
- En déduire l'ensemble $\mathcal{F}_4$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -18$.
- Bonus** : Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}_5$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$.

Bonus : $\mathcal{F}_5 = \{ M / \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8 \}$

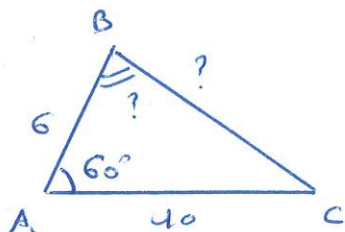
Soit H le projeté orthogonal de M sur (AB)

$$\begin{aligned} M \in \mathcal{F}_5 &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8 \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = -8 \quad (\text{négatif}) \\ &\Leftrightarrow -AH \times AB = -8 \\ &(\overrightarrow{AH} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ colinéaires de sens} \\ &\text{contraires}) \\ &\Leftrightarrow AH = 1 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$\mathcal{F}_5$ est la droite perpendiculaire à (AB) passant par H



Ex 1:



1) D'après la formule d'Al-Kashi

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$= 100 + 36 - 120 \times \cos(60^\circ)$$

$$= 136 - 120 \times \frac{1}{2}$$

$$= 136 - 60$$

$$= 76$$

donc $BC = \sqrt{76} = \sqrt{4 \times 19} = 2\sqrt{19}$

2) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos(\widehat{ABC})$

$\Leftrightarrow 100 = 36 + 76 - 12 \times 2\sqrt{19} \times \cos(\widehat{ABC})$

$\Leftrightarrow 100 = 112 - 12 \times 2\sqrt{19} \times \cos(\widehat{ABC})$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{ABC}) = \frac{12}{12 \times 2\sqrt{19}} = \frac{1}{2\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{19}}{38}$

(14)

Ex 2: $AB = 8$ cm

I milieu de $[AB]$

1) $\mathcal{F}_1 = \{n / \vec{nA} \cdot \vec{nB} = 0\}$ $n \in \mathcal{F}_1 \Leftrightarrow (An) \perp (Bn)$

$\mathcal{F}_1$ est le cercle de diamètre $[AB]$

N

2) $\vec{nA} \cdot \vec{nB} = nI^2 - \frac{1}{4} AB^2$ d'après le théorème de la médiane
 $AB^2 = 64$ donc $\frac{1}{4} AB^2 = 16$

Alors $\vec{nA} \cdot \vec{nB} = nI^2 - 16$

1,5

3) $\mathcal{F}_2 = \{n / \vec{nA} \cdot \vec{nB} = 16\}$

$n \in \mathcal{F}_2 \Leftrightarrow nI^2 - 16 = 16$

$\Leftrightarrow nI^2 = 32$

$\Leftrightarrow I n = 4\sqrt{2}$

$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

$\mathcal{F}_2$ est le cercle de centre I de rayon $4\sqrt{2}$ cm

1,5

4) $\mathcal{F}_3 = \{n / \vec{nA} \cdot \vec{nB} = 0\}$

$n \in \mathcal{F}_3 \Leftrightarrow nI^2 = 0 \Leftrightarrow nI = 0$

$\mathcal{F}_3 = \{I\}$
le seul point I

N

5) $\mathcal{F}_4 = \{n / \vec{nA} \cdot \vec{nB} = -18\}$

$n \in \mathcal{F}_4 \Leftrightarrow nI^2 - 16 = -18$

$\Leftrightarrow nI^2 = -2$ impossible

$S = \emptyset$

N

(16)