

Ex 1: (u_n) suite géométrique $\begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_0 = -4 \end{cases}$

$$u_n = u_0 \times q^n = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$u_6 = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{-4}{2^6} = \frac{-4}{2^2 \times 2^4} = \frac{-1}{16}$$

12

Ex 2: $\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_5 = 54 \end{cases}$ $u_5 = u_2 \times q^3 \Leftrightarrow 54 = 2 \times q^3$
 $\Leftrightarrow 27 = q^3$

145

$$\Leftrightarrow q = 3$$

$$u_2 = u_0 \times q^2$$

$$\Leftrightarrow 2 = u_0 \times 9$$

$$\Leftrightarrow u_0 = \frac{2}{9}$$

(u_n) suite géométrique de raison 3
de 1er terme $u_0 = 2/9$

Ex 3: 1) $u_n = \frac{1}{3^n} = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad n \in \mathbb{N}$

on connaît $u_n = u_0 \times q^n$ $\begin{cases} u_0 = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

(u_n) suite géométrique

975

2) $\begin{cases} v_1 = -2 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \quad (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$

(v_n) n'est pas géométrique

$$v_1 = -2$$

$$v_2 = -4 + 1 = -3$$

$$v_3 = -6 + 1 = -5$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2} \neq \frac{v_3}{v_2} = \frac{5}{3}$$

975

145

3) $w_n = n^2 + \frac{1}{2} \quad (n \in \mathbb{N})$

(w_n) n'est pas géométrique

$$w_0 = \frac{1}{2} \quad w_1 = \frac{3}{2} \quad w_2 = \frac{9}{2} \quad w_3 = \frac{19}{2}$$

$$w_1 \times 3 = w_2 \text{ mais } w_2 \times 3 = \frac{18}{2} (\neq w_3)$$

1

Ex 4: $u_n = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - 5 \quad (n \in \mathbb{N})$

$$u_{n+1} - u_n = \left(4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - 5\right) - \left(4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - 5\right)$$

$$= 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$= 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \left(\frac{1}{3} - 1\right)$$

$$= 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \times \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$u_{n+1} - u_n < 0$$

(u_n) est décroissante

12

Ex 5: 1) $S = 1 + 5 + \dots + 5^8 = \frac{1 - 5^9}{1 - 5} = \frac{1 - 5^9}{-4} = \frac{1}{4} (5^9 - 1)$

2) $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} = \frac{1 - \frac{1}{256} \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 + \frac{1}{512}}{3/2}$

12

$$S = \frac{2}{3} \times \frac{513}{512} = \frac{513}{3 \times 256} = \frac{171}{256}$$

Ex 6: 1) $l_0 = 500$ (500 € mensuel la 1^{ère} année
annuel de la signature)

1/2 $l_{n+1} = 1,02 l_n$ ($n \in \mathbb{N}$)
augmenter de 2% revient à $\times (1 + \frac{2}{100})$

2) (l_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,02$
de la suite $l_0 = 500$

donc $l_n = l_0 \times q^n = 500 \times 1,02^n$ ($n \in \mathbb{N}$)
